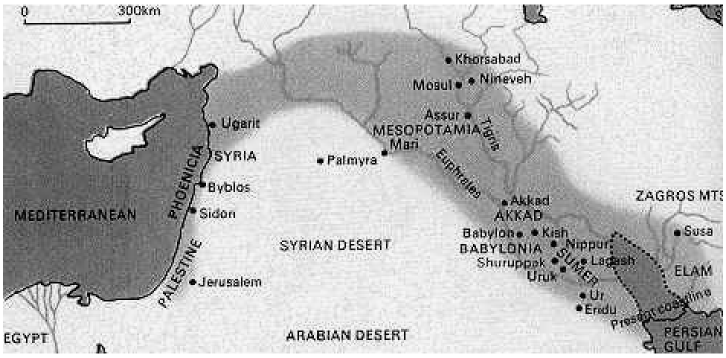
# Babylonische wiskunde

## 1. De geschiedenis

De Babylonische wiskunde werd niet alleen beoefend door de Babyloniërs, maar wel duizende jaren lang door verschillende volkeren, te beginnen rond 3000 voor Chr. De Babylonische wiskunde situeerde zich in Mesopotamië, het huidige Irak. Men noemt het de Babylonische wiskunde, omdat Babylon het centrum van de studie en wetenschappelijk onderzoek was.

Mesopotamië werd ook wel het Tweestromenland genoemd, omdat dit het gebied is tussen de twee rivieren Eufraat en Tigris. In het zuidelijke deel van Mesopotamië, de Soemer, begon de beschavingsgeschiedenis met de Soemeriërs. Hun cultuur stond op een hoog peil en ze behoorden tot de eerste volkeren die konden schrijven. Ze vonden niet alleen het smelten van metaal uit ertsen en het toepassen van het wiel uit, maar ook het spijkerschrift is door hen gevormd. Hun kleitabletten waar tekens in spijkerschrift opstonden, waren het eerste bewijsmateriaal dat we hebben teruggevonden van geschreven wiskunde.



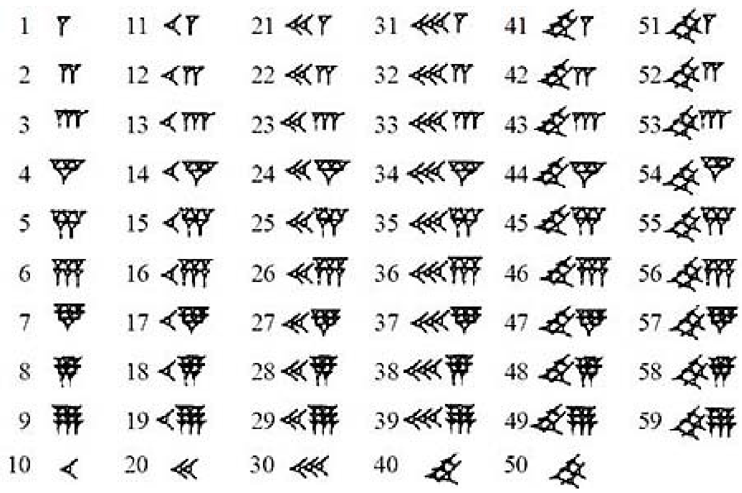

Rond 2400 voor Chr. ontstonden de eerste steden, waaronder Babylon, gesticht door Semitische koningen. De beschaving van de Soemeriërs werd overgenomen door de Semitische volkeren. Ze spraken hun eigen taal, maar maakten nog wel gebruik van het Soemerische spijkerschrift. Onder Hammoerabi, beroemde koning van Babylon, maakten kunsten en wetenschappen een grote vooruitgang, tot 1600 voor Chr. toen het Babylonische rijk uiteenviel. Zo kwam het Babylonische rijk onder de heerschappij van vele volkeren, maar het gebied bleef altijd een culturele eenheid.

Het schrift van de Soemeriërs, het spijkerschrift, werd dus door de Babyloniërs geërfd. De tekens die op de kleitabletten stonden, zijn wigvormig. Ze werden in natte klei gegrift en dan in de zon gelegd of in de oven gebakken. De kleitabletten vertellen ons over de Babylonische cultuur en dan vooral over de wiskunde. Ze zijn dus zeer belangrijk voor de geschiedenis van de wiskunde. Duizenden kleitabletten zijn opgegraven geweest, vanwege het duurzame materiaal, en kunnen in 3 groepen ingedeeld worden. Tabletten met tabellen voor berekeningen, zoals tafels van vermenigvuldiging, tabellen van kwadraten, tabellen van omgekeerden van gehele getallen, … Tabletten met algebraïsche en meetkundige problemen. En tabellen met waarnemingen met betrekking tot natuurverschijnselen zoals de zonopkomst en de maanstand.

# 2. Het talstelsel

## 2.1. Symbolen

De Babyloniërs hadden een zestigtallig talstelsel, en kenden maar twee symbolen. Ze hadden een symbool voor 1 en voor 10. De ‘spijker’ voor 1 en de ‘winkelhaak’ voor 10 (zie hieronder). Het symbool voor 1 werd niet alleen voor 1 gebruikt, maar ook voor 60, $60^2$, $60^3$, … én voor 1/60, $1/60^2$ , $1/60^3$, … Hieronder zie je hoe de getallen van 1 tot en met 59 werden gevormd.



De Babyloniërs maken ook geen gebruik van een komma of het getal nul. Meestal is het wel duidelijk door de context welk getal bedoeld wordt.

## 2.2. Zestigtallig talstelsel

De vraag is nu waarom dat zij een zestigtallig talstelsel gebruikten. Historici zijn het er niet helemaal over eens, maar ik kan toch al een aantal kenmerken van het getal 60 aanhalen die eventueel het gebruik van het zestigtallig stelsel hebben bevorderd.
De hoge deelbaarheid gaf het getal een groot voordeel. Het is namelijk deelbaar door 12 getallen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 en 60. Het is ook het eerste getal dat deelbaar is door alle getallen tot en met 6.
Men zegt ook dat de Babyloniërs het talstelsel gewoon hebben overgenomen van de Sumeriërs, en er dus eigenlijk geen echte reden voor het gebruik ervan is.
Wat ik ook weet is dat de Babyloniërs het aantal dagen van het jaar afrondden naar 360, en dat de Sumeriërs voor dit getal een apart symbool hadden, namelijk de cirkel. Er is natuurlijk een reden hiervoor; de aarde die in ongeveer één dag één graad verder draait in zijn baan rond de zon. Het jaar en de cirkel werden dus opgedeeld in 360 deeltjes, wat deelbaar is door 60 en wat het dus een handig getal maakt.
Tegenwoordig denkt men eerder dat het zestigtallig talstelsel toevallig gekozen is, omdat er meerdere talstelsels in gebruik waren. Het sexagesimale talstelsel was handig wegens de gemakkelijke toepassing van een positioneel talstelsel.

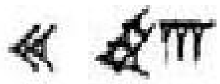
### 2.3. Schrijfwijze

De Babyloniërs gebruikten net zoals wij een positiestelsel. De plaats van een symbool is dus belangrijk voor de betekenis van het symbool. Er is natuurlijk wel een verschil. De basis bij hen is 60, en bij ons 10.

Neem nu bijvoorbeeld het getal 1243:

1243 = (1 x 1000) + (2 x 100) + (4 x 10) + (3 x 1)

Bij hen gaat het juist op dezelfde manier:



Hier staat (20 x 60) + (43 x 1) = 1243
(Men schrijft dit ook wel als 20:43, om het gemakkelijk te maken.)
Maar het kan even goed het getal (20 x 60²) + (43 x 1) = 3643 voorstellen,
dat is het gevolg van de afwezigheid van het cijfer nul.

## 3. Rekenen

### 3.1. Optellen en aftrekken

Het optellen in het zestigtallig talstelsel is heel eenvoudig. Het verloopt analoog aan het uitvoeren van dezelfde bewerkingen in het decimale stelsel. Je neemt de symbolen van alle getallen bij elkaar, en je vereenvoudigt waar nodig is. Bij aftrekken gaat het op dezelfde manier. Je trekt de symbolen van het ene getal van de symbolen van het andere getal af. Bijvoorbeeld:

 -  = 

Hier staat 43 – 4 = 39

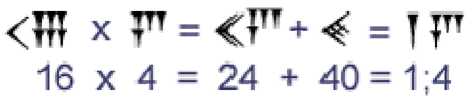
### 3.2. Vermenigvuldigen

Het vermenigvuldigen daarentegen was niet zo eenvoudig. Als ik kijk naar onze methode, namelijk de tafels van vermenigvuldiging voor 1, 2, 3, …, 9 vanbuiten leren, zouden zij de tafels van vermenigvuldiging voor 1 tot en met 59 moeten kennen. Het is daarom dat ze voor elke maaltafel een kleitablet gemaakt hebben. Op de volgende pagina is de maaltafel van 18 te zien.

Helemaal links bovenaan zie je het getal 18 staan, wat wil zeggen dat het om de maaltafel van 18 gaat. Ernaast staat ‘maal 1’, en in de rechterkolom staat de uitkomst, hier 18. Zo gaat het verder, alleen wordt het getal 18 niet herhaald. Op de tweede rij staat dus ‘maal 2 (is) 36’, op de derde rij staat ‘maal 3 (is) 54’, enzovoort.

Maar de Babyloniërs konden ook uit het hoofd vermenigvuldigen, en gingen op dezelfde manier als ons tewerk. Hier zie je een voorbeeld:

De vermenigvuldiging 16x4 gaat zo, ze splitsen 16 in 10 en 6 en vermenigvuldigen beiden met 4:
(10x4) + (6x4) = 40 + 24 = 64
Hieronder is het in spijkerschrift te zien:




Soms gingen ze dan weer wel helemaal anders tewerk dan ons.
Stel, gevraagd is de vermenigvuldiging ’18 x 23’, dan losten de Babyloniërs dit zo op:

18 + 23 = 41
41 x 41 = 28:01
18 x 18 = 5:24
23 x 23 = 8:49
5:24 + 8:49 = 14:13
28:01 – 14:13 = 13:48
de helft van 13:48 = 6:54
6:54 is de uitkomst van 18 x 23

Ze gingen zo tewerk zodat ze gebruik konden maken van de tafel voor kwadraten.
Om zeker te zijn dat het wel wiskundig correct is om zo te werken, geef ik hier het bewijs:

Ik stel alles voor in symbolen.

18 + 23 = 41 ➔ a + b = c
41 x 41 = 28:01 ➔ c x c = c²
18 x 18 = 5:24 ➔ a x a = a²
23 x 23 = 8:49 ➔ b x b = b²
5:24 + 8:49 = 14:13 ➔ a² + b² = ‘d²’
28:01 – 14:13 = 13:48 ➔ c² - d² = x
de helft van 13:48 = 6:54 ➔ x / 2 = y
6:54 is de uitkomst van 18 x 23

$$y = \frac{x}{2} = \frac{c^2 - d^2}{2} = \frac{c^2 - (a^2 + b^2)}{2} = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{2} = ab$$

Hun werkwijze is dus wiskundig correct.

### 3.3. Delen

Bij delingen gingen ze ook heel anders te werk dan ons. Om te beginnen werkten ze met sexagesimale breuken. Hiervoor bestond een delingstabel die ze gebruikten om delingen te berekenen en die ziet er zo uit:

1/2 = 0,30 ➔ uitgewerkt: ½ = 60 / (2x60) = (2x30) / (2x60) = 30 / 60 = 0,30
1/3 = 0,20
1/4 = 0,15
1/5 = 0,12
1/6 = 0,10
1/8 = 0,07,30
1/9 = 0,06,40
1/10 = 0,06
…
1/25 = 0,02:24 ➔ uitgewerkt: 1/25 = 60 / (25x60) = (25x2) / (25x60) + 10 / (25x60)
… = 2 / 60 + 600 / (25x60²) = 2 / 60 + 24 / 60²
= 0,02:24

De breuk 1/7 ontbreekt, omdat het een oneindig voortlopende en repeterende sexagesimale breuk is. Bij het afsplitsen van een zo groot mogelijk 7-voud in de teller blijft steeds een 'rest' over.

### 3.4. Machten

De Babyloniërs kenden niet alleen vele maaltafels, maar ze kenden ook de tafel voor de kwadraten van 1 tot en met 59. Deze tafel is verrassend handig, want hij maakt het gebruik van alle maaltafels overbodig. Als we even terugkijken naar het hoofdstuk over vermenigvuldigen zien we daar een voorbeeld van een rare werkwijze voor vermenigvuldigingen. Men werkte volgens die werkwijze, omdat men dan alleen maar gebruik moest maken van de tafel voor kwadraten. Dit verklaart het gebruik van deze rare werkwijze. Hieronder zie je een deel van de tabel van de voor kwadraten.

| **n** | **n²** | **n** | **n²** | **n** | **n²** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 11 | 2;01 | 51 | 43;21 |
| 2 | 4 | 12 | 2;24 | 52 | 45;04 |
| 3 | 9 | 13 | 2;49 | 53 | 46;49 |
| 4 | 16 | 14 | 3;16 | 54 | 48;36 |
| 5 | 25 | 15 | 3;45 | 55 | 50;25 |
| 6 | 36 | 16 | 4;16 | 56 | 52;16 |
| 7 | 49 | 17 | 4;49 | 57 | 54;09 |
| 8 | 1;04 | 18 | 5;24 | 58 | 56;04 |
| 9 | 1;21 | 19 | 6;01 | 59 | 58;01 |
| 10 | 1;40 | 20 | 6;40 | | |

Wat ook opvalt, is een regelmaat in deze tabel. Men doet namelijk +1, +3, +5, +9, …
Zo heb je 1 (+3=), 4 (+5=), 9 (+7=), 16 … in de tweede kolom.

# 4. Bronnen


- Babylonische wiskunde, een verkenning aan de hand van kleitabletten: Ab van der Roest en Martin Kindt
- Wikipedia: http://nl.wikipedia.org/wiki/Geschiedenis_van_de_wiskunde#Babylonische_wiskunde_.28ca._3000_-_1600_v.Chr..29 en http://nl.wikipedia.org/wiki/Mesopotami%C3%AB
- http://www.worldexplorer.be/soemeriers_akkadiers.htm
- http://www.math4all.nl/Wiskundegeschiedenis/Onderdelen/RGBabylon.html
- http://www.ratio.ru.nl/lesmateriaal/ontbinden_sgn/Vergelijkingen.html
- http://www.kennislink.nl/publicaties/tien-vingers-of-een-goed-deelbaar-getal